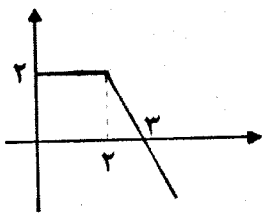
www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۹	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **نوبت دی** ماه سال **۱۳۹۴**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aec.medu.ir

ردیف	توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است. سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱	جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید. الف – معادله درجه دومی که ریشه هایش $۱ \pm \sqrt{۲}$ است بصورت ..... میباشد. ب - اگر چند جمله‌ای $۵x^۲ - ۵x + m - ۷$ بر $x - ۲$ بخش پذیر باشد مقدار m برابر با ..... است.	۰/۵
۲	طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می‌کنیم به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله قبل را رنگ می‌کنیم. پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد از سطح مربع رنگ شده است؟	۱
۳	حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید. $\frac{a+۵}{a-۱} - \frac{۶}{a^۲+a+۱} - \frac{۶(a^۲+۲)}{a^۳-۱}$	۱
۴	به روش هندسی و جبری معادله $\lvert x\rvert = \sqrt{۲+x}$ را حل نمایید.	۱/۵
۵	جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید. الف - اگر $f(x) = [x + ۱]$ باشد حاصل $f(\sqrt{۳} - ۱)$ برابر با ..... است. ب - تابع $y = \lvert x\rvert + ۱$ در بازه ..... صعودی است.	۰/۵
۶	برای دو تابع $f(x) = \frac{۱}{x^۲-۴}$ و $g(x) = \frac{۲}{x}$ بدون نوشتن ضابطه ، دامنه fog را به دست آورید.	۱
۷	یک به یک بودن تابع $y = (x+۲)^۳ - ۲$ را بررسی کرده و وارون آن را بدست آورید.	۱/۲۵
۸	۸ - با توجه به شکل داده شده زیر: الف) ضابطه تابع را بنویسید. ب) تابع در چه بازه‌هایی صعودی یا نزولی یا ثابت است؟ ج) نمودار را به گونه ای تکمیل کنید که نمودار جدید یک تابع زوج را نمایش دهد. 	۱/۲۵
۹	با استفاده از فرمول $\sin(\alpha+\beta)$ و $\sin(\alpha-\beta)$ نشان دهید: $\sin\alpha\sin\beta = \frac{۱}{۲}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$	۱

ادامه سوالات در برگه دوم

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۹	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

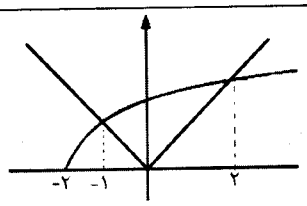
ردیف	توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است. سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	معادله $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱/۲۵
۱۱	حاصل $\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۲	حد تابع $y = x \sin\frac{1}{x}$ را در نقطه $x = 0$ بدست آورید.	۱
۱۳	حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-\sqrt{x}}$ ب) $\lim_{x\to 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2-2\cos x}}$	۲
۱۴	پیوستگی تابع زیر را در $x = -1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lvert x\rvert} & x \le -1 \\ 2x+1 & x > -1 \end{cases}$	۱
۱۵	اگر $f(x)$تابعی مشتق پذیر در نقطه ای مانند a باشد نشان دهید $g(x) = f(x) + b$ نیز در نقطه a مشتق پذیر بوده و مشتق آن برابر است با $g'(a) = f'(a)$	۱/۵
۱۶	مشتق توابع زیر را بدست آورید (ساده کردن الزامی نیست) الف) $y = \sqrt[3]{\cos x} + 2\sin^{-1} x$ ب) $y = (2x - x^3)^5 (\sqrt{2x})$	۲/۲۵
۱۷	محیط هر دایره ای تابعی از مساحت آن است. آهنگ تغییرات محیط دایره را نسبت به مساحت آن برای دایره‌ای به مساحت 2π حساب کنید.	۱/۲۵
	موفق باشید. **جمع نمره**	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۹۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $x^۲ - ۲x - ۱ = ۰$ (۰/۲۵) مشابه مسائل صفحه ۲۳ ب) $m = -۳$ (۰/۲۵) مشابه سوال ۲ صفحه ۱۰	۰/۵
۲	$\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۸}$ و ... و $\left(\frac{۱}{۲}\right)^n$ و ... (۰/۲۵) $S_n = \frac{a(۱-q^n)}{۱-q} = \frac{\frac{۱}{۲}\left(۱-\left(\frac{۱}{۲}\right)^n\right)}{۱-\left(\frac{۱}{۲}\right)} = ۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)^n \geq \frac{۹۹}{۱۰۰}$ (۰/۲۵) $\underbrace{\left(\frac{۱}{۲}\right)^n \leq \frac{۱}{۱۰۰} \rightarrow ۲^n \geq ۱۰۰}_{(۰/۲۵)} \rightarrow n = ۷$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۳	۱
۳	$\frac{a+۵}{a-۱} - \frac{۶}{a^۲+a+۱} - \frac{۶(a^۲+۲)}{(a-۱)(a^۲+a+۱)}$ (۰/۲۵) $= \frac{(a+۵)(a^۲+a+۱) - ۶(a-۱) - ۶a^۲ - ۱۲}{(a-۱)(a^۲+a+۱)} = (۰/۵)$ $\frac{a^۳-۱}{(a-۱)(a^۲+a+۱)} = ۱$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۱۴	۱
۴	$x^۲ = ۲ + x$ (۰/۲۵) $\rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰$ $(x-۲)(x+۱) = ۰$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = ۲, x = -۱$ (۰/۲۵)  (۰/۷۵) مشابه مثال صفحه ۳۸	۱/۵
۵	الف) $۱ = \left[\sqrt{۳} - ۱ + ۱\right]$ (۰/۲۵) مشابه مثال صفحه ۱۰۰ ب) $[۰, +\infty)$ (۰/۲۵) مشابه تمرین در کلاس صفحه ۸۲	۰/۵
۶	$D_f = R - \{\pm ۲\}$ $D_g = R - \{۰\}$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \{x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \left\{x \neq ۰ \text{ و } \frac{۲}{x} \neq \pm ۲\right\}$ (۰/۲۵) $\rightarrow D_{fog} = R - \{۰, ۱, -۱\}$ (۰/۲۵) مشابه مثال صفحه ۷۳	۱

ادامه در صفحه دوم

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۹۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۷ — **۱/۲۵**

$f(x_1) = f(x_2) \leftrightarrow x_1 = x_2$

$(x_1 + ۲)^۳ - ۲ = (x_2 + ۲)^۳ - ۲$ (۰/۲۵)

$x_1 + ۲ = x_2 + ۲ \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) تابع یک به یک است

$\rightarrow y = (x + ۲)^۳ - ۲ \rightarrow y + ۲ = (x + ۲)^۳$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = \sqrt[۳]{y + ۲} - ۲$ (۰/۲۵)

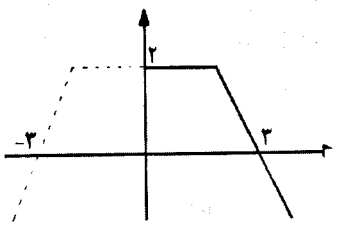
$\rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x + ۲} - ۲$ (۰/۲۵) تابع وارون

مشابه مسائل شماره ۴ و ۶ صفحه ۹۴ و ۹۵

۸ — **۱/۲۵**

الف) $f(x) = \begin{cases} ۲ & ۰ \le x \le ۲ \\ -۲x + ۶ & x > ۲ \end{cases}$ (۰/۵)

ب) $[۰, ۲]$ ثابت (۰/۲۵) $[۲, +\infty)$ نزولی (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

مشابه سوال ۹ و ۱۰ صفحه ۸۴ و ۸۵

۹ — **۱**

حذف شود. بارم این قسمت به سؤال ۱۰ و ۱۱ اضافه شده است.

$\frac{۱}{۲}[\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta] = \frac{۱}{۲}[۲\sin\alpha\cos\beta] = \sin\alpha\cos\beta$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

مثال صفحه ۱۱۵

۱۰ — **۲**

$(\cos x - ۱)(۲\cos x - ۱) = ۰$ (۰/۵)

$\cos x = ۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = ۲k\pi$ (۰/۵) $\quad \cos x = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ (۰/۵)

مشابه مسائل صفحه ۱۲۳

ادامه در صفحه سوم

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۹۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	روش اول: $\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \alpha \rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{۴}\right)$ (۰/۲۵) $\alpha = \pi - \frac{\pi}{۴} \rightarrow \alpha = \frac{۳\pi}{۴}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \cos^{-1}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{۳\pi}{۴}$ (۰/۵) روش دوم: $\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \pi - \cos^{-1}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) =$ (۰/۵) $\rightarrow \pi - \frac{\pi}{۴} = \frac{۳\pi}{۴}$ (۰/۵) مشابه مثال صفحه ۱۲۶	۱
۱۲	$-۱ \le \sin\frac{۱}{x} \le ۱ \xrightarrow{x>۰} (۰/۲۵) -x \le x\sin\frac{۱}{x} \le x \rightarrow \lim_{x\to۰}(-x) \le \lim_{x\to۰}(x)\sin\frac{۱}{x} \le \lim_{x\to۰}(x)$ (۰/۲۵) $۰ \le \lim_{x\to۰} x\sin\frac{۱}{x} \le ۰$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ طبق قضیه افشردگی $\rightarrow \lim_{x\to۰} x\sin\frac{۱}{x} = ۰$ (۰/۲۵) به همین ترتیب برای $x < ۰$ نیز برقرار است. مشابه مثال صفحه ۱۵۲	۱
۱۳	الف) $\lim_{x\to۱}\frac{(x-۱)(x+۱)(x+\sqrt{x})}{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to۱}\frac{(x-۱)(x+۱)(x+\sqrt{x})}{x^۲-x}$ (۰/۲۵) $=$ $\lim_{x\to۱}\frac{(x-۱)(x+۱)(x+\sqrt{x})}{x(x-۱)}$ (۰/۲۵) $= \frac{(۱+۱)(۱+\sqrt{۱})}{۱} = ۴$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x\to۰^+}\frac{۲x}{\sqrt{۲(۱-\cos x)}} = \lim_{x\to۰^+}\frac{۲x}{\sqrt{۴\sin^۲\frac{x}{۲}}}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to۰^+}\frac{۲x}{\left\|۲\sin\frac{x}{۲}\right\|}$ (۰/۲۵) $=$ $\lim_{x\to۰^+}\frac{۲x}{۲\sin\frac{x}{۲}}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to۰^+}\frac{x}{\sin\frac{x}{۲}} = ۲$ (۰/۲۵) مشابه مسائل صفحه ۱۵۲ و ۱۵۳ شماره ۱	۲
۱۴	$f(-۱) = ۱$ (۰/۲۵) حد چپ: $\lim_{x\to-۱^-}\frac{۱}{|x|} = \lim_{x\to-۱^-}\frac{۱}{-x} = \frac{۱}{-(-۱)} = ۱$ (۰/۲۵) حد راست: $\lim_{x\to-۱^+}(۲x+۱) = ۲(-۱)+۱ = -۱$ (۰/۲۵) f در $x=-۱$ پیوسته نمی باشد $\rightarrow$ حد راست $\neq$ حد چپ $=$ مقدار تابع (۰/۲۵) مشابه مسائل صفحه ۱۵۸	۱
	ادامه در صفحه چهارم	

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۹۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$g'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{g(a+h)-g(a)}{h}$ (۰/۵) $=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)+b-(f(a)+b)}{h}$ (۰/۵) $=\lim_{h\to 0}\frac{(f(a+h)-f(a))}{h}=f'(a)$ (۰/۵) مسائل صفحه ۱۷۰ شماره ۵	۱/۵
۱۶	مشابه مسائل صفحه ۱۷۴ و ۱۸۴ و ۱۸۶ الف) $y'=\frac{۱\times(-\sin x)}{\sqrt[۳]{\cos^۲ x}}$ (۰/۲۵) $+\frac{۲}{\sqrt{۱-x^۲}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $y'=۵\underbrace{(۲x-x^۳)^۴}_{\text{ب}}\underbrace{(۲-۳x^۲)}_{(۰/۲۵)}\underbrace{\left(\sqrt{۲x}\right)}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{\frac{۲}{۲\sqrt{۲x}}}_{(۰/۲۵)}\underbrace{(۲x-x^۳)^۵}_{(۰/۲۵)}$	۲/۲۵
۱۷	(محیط دایره) $P=۲\pi R$ (۰/۲۵) (مساحت دایره) $S=\pi R^۲\to R^۲=\frac{S}{\pi}\to R=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ (۰/۲۵) $\underbrace{P=۲\pi\sqrt{\frac{S}{\pi}}\to P'(s)=۲\pi\frac{۱}{۲\sqrt{\pi S}}}_{(۰/۵)}\overset{S=۲\pi}{\Longrightarrow}\frac{\pi}{\sqrt{\pi\times۲\pi}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۲۵) مسائل صفحه ۱۸۱ شماره ۱	۱/۲۵

همکاران محترم، لطفا به سایر راه حل های صحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید .

با تشکر: طراحان

توجّه: با توجّه به اینکه در سؤال ۹ به جای $\sin\alpha\cos\beta$ عبارت $\sin\alpha\sin\beta$ تایپ شده است، این سؤال حذف و بارم آن به سؤال ۱۰ و ۱۱ اضافه شده است. با تشکر